

Interrogation de Mathématiques n° 2

Durée : 2 heures

Exercice 1

Cet exercice est un Q.C.M. Pour chacune des questions, une seule des réponses est exacte.

Les questions sont indépendantes. Aucune justification n'est demandée.

Compléter le tableau mis en annexe p.5 en indiquant la lettre correspondant à la réponse choisie pour chaque question.

Une réponse exacte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fausse ne rapporte ni ne retire aucun point.

Question 1 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 100$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - \frac{13}{100}u_n$.
La nature de la suite (u_n) est :

- A. géométrique de raison 1
- B. géométrique de raison 1 et arithmétique de raison $-\frac{13}{100}$
- C. arithmétique de raison $-\frac{13}{100}$
- D. géométrique de raison 0,87

Question 2 :

On considère la variable aléatoire X qui prend les valeurs x_i pour i entier naturel allant de 1 à 5.
La loi de probabilité incomplète de la variable aléatoire X est donnée ci-dessous :

$X = x_i$	-6	-3	0	3	x_5
$P(X = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

L'espérance de la variable aléatoire X est égale à 0,7.
Quelle est la valeur x_5 prise par la variable aléatoire X ?

- A. 6
- B. 1
- C. 10
- D. 100.

Question 3 :

L'équation $0,3^x < 2$ a pour ensemble de solution :

- A. $]-\infty ; \frac{\log(2)}{\log(3)-1} [$
- B. $]\frac{\log(2)}{\log(3)-1} ; +\infty [$
- C. $]-\frac{\log(2)}{\log(3)} ; +\infty [$
- D. $]-\infty ; -\frac{\log(2)}{\log(3)} [$.

Question 4 :

De 2017 à 2018, le prix d'un article a augmenté de 10%. En 2019, ce même article a retrouvé son prix de 2018.
Quelle a été l'évolution du prix entre 2018 et 2019 ?

- A. une baisse de 10%
- B. une baisse de plus de 10%
- C. on ne peut pas savoir
- D. une baisse de moins de 10%.

Question 5 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 3u_n - 5$.

On souhaite qu'à la fin de l'exécution de l'algorithme, la valeur contenue dans la variable u soit celle de u_5 . Quel algorithme doit-on choisir ?

- A.**

$u = 4$
 $n = 0$
 For k in range (5) :
 $u = 3 * n - 5$
 $n = n + 1$
- B.**

$u = 4$
 $n = 0$
 For k in range (5) :
 $u_{n+1} = 3 * u_n - 5$
 $n = n + 1$
- C.**

$u = 4$
 For k in range (5) :
 $u = 3 * u - 5$
- D.**

$u = 4$
 $n = 0$
 While ≤ 5 :
 $u = 3 * u - 5$
 $n = n + 1$

Exercice 2

Dans cet exercice toutes les probabilités seront données sous forme décimale, arrondie au millième.

Une entreprise récupère des smartphones endommagés, les répare et les reconditionne afin de les revendre à prix réduit.

- 45 % des smartphones qu'elle récupère ont un écran cassé ;
- parmi les smartphones ayant un écran cassé, 30 % ont également une batterie défectueuse ;
- par contre, seulement 20 % des smartphones ayant un écran non cassé ont une batterie défectueuse.

Un technicien chargé de réparer et reconditionner les smartphones de l'entreprise prend un smartphone au hasard dans le stock. On note :

- E l'évènement : « Le smartphone choisi a un écran cassé ».
- B l'évènement : « Le smartphone choisi a une batterie défectueuse ».

1. Représenter la situation décrite ci-dessus en complétant l'arbre pondéré **mis en annexe page 5**.
2. Démontrer que la probabilité que le smartphone choisi ait une batterie défectueuse est égale à 0,245.
3. Sachant que le smartphone choisi a une batterie défectueuse, quelle est la probabilité qu'il ait un écran cassé ?

Exercice 3

Dans un chenil, on vaccine 15 chiots de façon indépendante. Lors des vaccinations précédentes, 20% des chiots ont présenté une réaction forte au vaccin. Soit X le nombre de chiots qui ont eu une réaction forte suite à cette vaccination.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
2. Quelle est la probabilité que trois chiots exactement aient eu une réaction forte ?
3. Quelle est la probabilité que moins de 6 chiots aient eu une réaction forte ?
4. Quelle est la probabilité qu'au moins un des chiots ait eu une réaction forte ?

Exercice 4

Une banque propose un placement. Le compte est rémunéré et rapporte 5 % par an. La banque prend des frais de gestion qui se montent à 12 euros par an.

Ainsi, chaque année la somme sur le compte augmente de 5 % puis la banque prélève 12 euros.

Noémie place la somme de 1 000 euros dans cette banque.

On appelle u_n la somme disponible sur le compte en banque de Noémie après n années, où n désigne un entier naturel.

On a donc $u_0 = 1\,000$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,05u_n - 12$

1. Avec un tableur on a calculé les premiers termes de la suite (u_n) :

	A	B
1	n	u(n)
2	0	1000
3	1	1038.00
4	2	1077.90
5	3	1119.80
6	4	1163.78
7	5	1209.97
8	6	1258.47
9	7	1309.40
10	8	1362.87
11	9	1419.01
12	10	1477.96

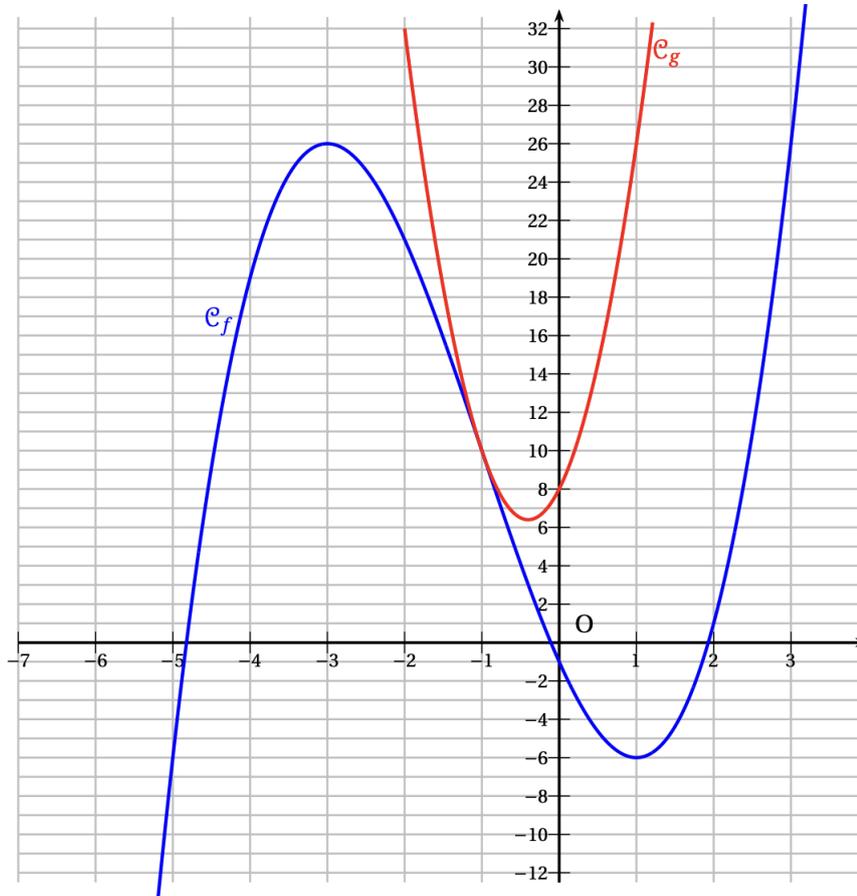
- Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule B3 avant de l'étirer pour obtenir ces résultats ?
- En utilisant les valeurs calculées de la suite, indiquer à Noémie combien de temps elle doit attendre pour que son placement lui rapporte 20 %.

2. On pose (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 240$.

- Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 1,05.
- Exprimer v_n puis u_n en fonction de l'entier n .
- Calculer à partir de cette dernière formule la somme disponible sur le compte en banque de Noémie après 20 ans de placement.

Exercice 5

On donne ci-dessous les représentations graphiques respectives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g de deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels.



1. La fonction f est définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$$

On admet qu'elle est dérivable sur \mathbb{R} et on note f' sa fonction dérivée.

(a) Calculer $f'(x)$.

(b) Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction du réel x .

En déduire le tableau de variation de la fonction f .

(c) Déterminer une équation de la droite T tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse -1 .

2. La fonction g est définie, pour tout réel x , par $g(x) = 10x^2 + 8x + 8$.

Démontrer que les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g ont un point commun d'abscisse -1 et qu'en ce point elles ont la même tangente.

NOM Prénom :

Barème :

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5
Total	5	3	4	4	4

Annexe de l'exercice 1

Question	1	2	3	4	5
Réponse					

Annexe de l'exercice 2

